

Rapport du jury, Épreuve Oral Math Ulm

François Charles et Nicolas Curien

1. Déroulement de l'épreuve

Un des buts de l'oral MPI est d'évaluer, outre les connaissances et la maîtrise technique des candidats, leur capacité à comprendre, à interpréter et à réagir dans des situations mathématiques nouvelles. L'oral s'écarte ainsi parfois du format traditionnel et prend généralement la forme d'un dialogue entre l'examineur et le candidat. Le candidat est informé dès le début de l'épreuve que l'exercice de mathématique est un prétexte à la discussion et que celle-ci sera aussi jugée. Il n'est donc pas obligatoire de résoudre en entier l'exercice (c'est d'ailleurs rarement le cas) et certaines questions sont posées sous forme ouverte afin de tester les réactions du candidat. Tout au long de l'oral l'examineur vérifie la connaissance du programme des classes préparatoires (par exemple en demandant la démonstration des résultats utilisés).

Lors de cette session 2018, les candidats étaient confrontés à un problème mathématique, d'énoncé généralement court, et dont la solution nécessite un cheminement généralement complexe. Après quelques minutes de réflexion, l'examineur questionne le candidat sur les approches possibles, les cas particuliers traitables, les exemples instructifs etc. S'ensuit un dialogue où l'examineur, tantôt questionne le candidat, tantôt propose des pistes de réflexions. L'exercice « principal » était généralement interrompu quelques minutes avant la fin de l'oral pour poser des questions en rapport avec le cours ou alors de petits exercices sur d'autres parties du programme.

2. Commentaires généraux

NIVEAU GÉNÉRAL : Le niveau mathématique des candidats interrogés lors de cette épreuve reste très élevé, la sélection à l'écrit a visiblement été efficace. Cela permet de poser des exercices au contenu mathématique ambitieux lors de cet oral. Nous tenons à remercier tous les candidats qui nous ont donné l'occasion d'avoir un échange d'un réel intérêt scientifique.

SUR LE COURS : Les réflexes de taupe et les exercices classiques font partie du bagage d'une grande majorité des candidats. Le cours est généralement bien connu mais sa maîtrise en profondeur reste chancelante. Bien que tous les candidats connaissent les énoncés des théorèmes au programme, leurs démonstrations sont parfois floues, imprécises ou oubliées. Les candidats sont souvent incapables de produire des contre-exemples aux théorèmes au programme une fois qu'une des hypothèses est relâchée. Même si la manipulation des objets au programme est généralement bonne, leur définition précise est parfois oubliée (déterminant, dimension, variable aléatoire, etc.).

À PROPOS DU HORS-PROGRAMME : Tous les exercices posés étaient accessibles avec le bagage de MP* et aucun complément hors programme n'était requis dans la compréhension. Parfois, la méconnaissance du programme strict au profit de compléments a clairement désavantagé certains candidats. De plus, si un candidat utilise du hors-programme pour résoudre une question « facile », il s'expose alors à des questions plus pointues sur les outils utilisés (si un candidat utilise par exemple le théorème de Jordan pour résoudre une question d'algèbre linéaire simple, il ne s'étonnera pas qu'on lui en demande la preuve et qu'on le titille sur la nécessité de toutes les hypothèses).

COMMENT DÉBUTER UN EXERCICE : L'abord d'un exercice difficile est peut-être la partie

la plus épineuse de cet oral. Cependant les candidats devraient plus souvent avoir le réflexe de prendre des cas particuliers, faire des dessins, renforcer les hypothèses, établir des résultats partiels. Il est arrivé plusieurs fois qu'après 5 – 10 minutes de réflexion du candidat, le jury soit obligé de proposer l'étude des cas triviaux $n = 1$ ou $n = 2$ ou de tenter de faire le lien avec des théorèmes au programme.

QUELQUES ERREURS RÉCURRENTES. Terminons ce rapport par quelques erreurs/écueils souvent retrouvés lors de cette session 2018 :

- La variance n'est pas linéaire (contrairement à l'espérance).
- L'écriture $\sum_{1 \leq i, j \leq n} a_i b_j m_{i, j}$ sous forme matricielle tAMB a demandé beaucoup d'effort à certains candidats.
- Bien que l'énoncé et la preuve de la loi des grands nombres soient bien assimilés par la plupart des candidats, beaucoup ne pensent pas à l'appliquer dans les situations idoines et n'ont pas bien compris le message principal de cette loi, à savoir la concentration de la valeur d'une somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes (et non l'application de l'inégalité de Markov !)
- Dans les exercices utilisant des séries numériques, beaucoup de candidats tentent une transformation d'Abel (hors programme) avant même d'essayer de comprendre le phénomène sous-jacent. La transformation d'Abel, bien que pratique, n'est pas la solution à tous les exercices faisant intervenir des séries !